

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2020-21)

8 settembre 2021

Compito Unico ✓

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici  $p$ ,  $q$  e  $r$ ; sotto l'ipotesi che una e solo una fra le tre proposizioni è vera, determinare la tavola di verità della proposizione composta:  $\neg(q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$ .
- 2) (8 punti) Sia dato l'insieme  $A = ([-2, 3] \cup ]5, 8[) \cap [-6, 6]$ . Calcolare l'insieme frontiera di  $A$ ,  $\delta(A)$ ; e l'insieme chiusura di  $A$ ,  $\bar{A}$ . Indicare inoltre se l'insieme  $A$  è aperto, chiuso oppure né aperto né chiuso.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = ax + 2$  e  $g(x) = x + b$ , dove  $a$  e  $b$  sono parametri reali. Se la funzione composta  $f(g(x)) = 2x + 1$ , quali sono i valori dei parametri  $a$  e  $b$ ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x^2 - \operatorname{sen} x^2}{x^2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x}$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione  $y = x^3 - 24x^2 + 165x$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int_{-1}^3 \left(\frac{x+1}{x+2}\right) dx$ .
- 7) (6 punti) Siano date le matrici  $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  e  $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  ed il vettore  $V = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Dopo aver determinato la matrice  $D = A \cdot B \cdot C$ , calcolare il vettore  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  tale per cui  $D \cdot X = V$ .
- 8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie  $z = e^{4x-3x^2y}$  nel punto di coordinate  $O(0, 0)$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.