

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2020-21)

8 settembre 2021

Compito Unico ✓

- 1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r ; sotto l'ipotesi che una e solo una fra le tre proposizioni è vera, determinare la tavola di verità della proposizione composta: $\neg(q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$.
- 2) (8 punti) Sia dato l'insieme $A = ([-2, 3] \cup]5, 8[) \cap [-6, 6]$. Calcolare l'insieme frontiera di A , $\delta(A)$; e l'insieme chiusura di A , \bar{A} . Indicare inoltre se l'insieme A è aperto, chiuso oppure né aperto né chiuso.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = ax + 2$ e $g(x) = x + b$, dove a e b sono parametri reali. Se la funzione composta $f(g(x)) = 2x + 1$, quali sono i valori dei parametri a e b ?
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x^2 - \operatorname{sen} x^2}{x^2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = x^3 - 24x^2 + 165x$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_{-1}^3 \left(\frac{x+1}{x+2}\right) dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ed il vettore $V = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Dopo aver determinato la matrice $D = A \cdot B \cdot C$, calcolare il vettore $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tale per cui $D \cdot X = V$.
- 8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie $z = e^{4x-3x^2y}$ nel punto di coordinate $O(0, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.