

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2021-22)

30 maggio 2022

Compito Unico✓

- 1) (6 punti) Siano p , q e r tre proposizioni semplici. Determinare la verità o falsità delle tre proposizioni semplici sapendo che la proposizione composta $\neg(r \Leftrightarrow q) \Rightarrow p$ è falsa, mentre è vera la proposizione composta $p \Leftrightarrow r$.
- 2) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{per } x < 0 \\ ax + b & \text{per } 0 \leq x \leq 2 \\ 4 & \text{per } 2 < x \end{cases}$; determinare i valori di a e b che rendono la funzione continua su tutto l'insieme dei numeri reali.
- 3) (6 punti) Si considerino le funzioni $f(x) = 1 + x$ e $g(x) = 3^{1-x}$. Determinare l'espressione della funzione $h(x) = f(g(f(x)))$ e della funzione inversa di $h(x)$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\sin(3x))}{x^2}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2^x}\right)^{2^x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = -x \cdot e^{-x^2}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (x + 1 - \sin x) dx$.
- 7) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ed il punto $x_0 = 8$; utilizzando la formula del differenziale, determinare un valore approssimato della quantità $\sqrt[3]{8.12}$.
- 8) (7 punti) Determinare la natura dell'unico punto critico della funzione a due variabili $f(x,y) = x^2 - y^2 + x^2y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.