

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2021-22)

27 giugno 2022

Compito Unico ✓

- 1) (6 punti) Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq 10\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 4 < x < 7\}$. Calcolare gli insiemi: $A \cup B$, $A \cap \mathcal{C}(B)$ e $\mathcal{C}(\mathcal{C}(A) \cup B)$. (Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo il complementare dell'insieme X)
- 2) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} ax & \text{per } x < -2 \\ \log(3+x) & \text{per } -2 \leq x \leq 2 \\ bx & \text{per } 2 < x \end{cases}$; determinare i valori di a e b che rendono la funzione continua su tutto l'insieme dei numeri reali.
- 3) (6 punti) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2}$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + x^2 + \sin x}{2^x + x^3 - 2}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = \frac{x^3}{1+x^2}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_0^2 (x + e^x - 1) dx$.
- 7) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt[4]{x}$ ed il punto $x_0 = 16$; utilizzando la formula del differenziale, determinare un valore approssimato della quantità $\sqrt[4]{16,32}$.
- 8) (7 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie $z = x^2y + xy - 2x^2$ nel punto di coordinate $P(1, 1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.