

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2021-22)

6 ottobre 2022

Compito Unico ✓

- 1) (6 punti) Costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$, dove p, q e r sono proposizioni semplici. Si tratta di una tautologia?
- 2) (8 punti) Determinare il Campo di Esistenza della funzione di equazione $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}}$; ed inoltre determinare le equazioni dei suoi eventuali asintoti..
- 3) (6 punti) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim_{x \rightarrow 0} 4 - 6x$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) - \sin x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = (1 - x) \cdot e^x$.
- 6) (8 punti) Mediante il metodo di integrazione per parti, calcolare i due integrali seguenti:

$$1. \int 2x \cdot e^x dx, \quad 2. \int x \cdot \cos x dx.$$

- 7) (7 punti) Siano date le matrici $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} m & m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Determinare se esistono coppie di numeri (m, k) tali per cui risulti $\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} = \mathbb{C}$.

- 8) (7 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \frac{x^2 - z^3}{y^2}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.