Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}1^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg(p\ o\ q) \Rightarrow (q\ e\ (p \Leftrightarrow q))$.

2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{2+x}{x}$ e $g(x) = x^2$; risolvere la disequazione $g(f(x)) \geq 2 + f(g(x))$.

3) (6 punti) Sia data la funzione f di dominio l'intervallo $[-3,3]$ e $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } -3 \leq x < -1 \\ x^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ b & \text{se } 1 < x \leq 3 \end{cases}$. Determinare i valori di a e b che rendono la funzione continua nel suo dominio e disegnare il grafico della funzione.

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(3x) - tg^2\, x}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x - 3\log x}{\log x}$.

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = e^{2-\frac{1}{x^2}}$.

6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^4 \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x}}\right) dx$.

7) (7 punti) Determinare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione $f(x) = xe^{x^2} + x - 3$.

8) (8 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x,\, y) = 3x^3 - 4x^2 - 2xy - 6y^2$.

$^{\checkmark}$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}2$✓

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p\ o\ q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow (p\ e\ q))$.

2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{1+x}{x}$ e $g(x) = x^2$; risolvere la disequazione $g(f(x)) < 6 - f(g(x))$.

3) (6 punti) Sia data la funzione f di dominio l'intervallo $[-2, 2]$ e $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } -2 \le x < 0 \\ x^2 & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ b & \text{se } 1 < x \le 2 \end{cases}$. Determinare i valori di a e b che rendono la funzione continua nel suo dominio e disegnare il grafico della funzione.

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - \cos x}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+3}{x - 6\log x}$.

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = e^{3+\frac{1}{x^2}}$.

6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^4 \left(\frac{x^3 + x + 2}{\sqrt{x}} \right) dx$.

7) (7 punti) Determinare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione $f(x) = sen\, x - cos(4x)$.

8) (8 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 + 6x^2 - 9xy + 4y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}3$ ✓

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p \Rightarrow q)\ e\ (p \Leftrightarrow q)) \Rightarrow \neg q$.

2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{1-x}{x}$ e $g(x) = x^2$; risolvere la disequazione $g(f(x)) \geq 1 + f(g(x))$.

3) (6 punti) Sia data la funzione f di dominio l'intervallo $[-3,3]$ e $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } -3 \leq x < -2 \\ 2-x & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ b & \text{se } 2 < x \leq 3 \end{cases}$. Determinare i valori di a e b che rendono la funzione continua nel suo dominio e disegnare il grafico della funzione.

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen x^2 - tg^2\, x}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2\, log\, x - x}{2 + log\, x}$.

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = e^{3 + \frac{4}{x^2}}$.

6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^9 \left(\frac{5 - x^2}{3\sqrt{x}} \right) dx$.

7) (7 punti) Determinare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione $f(x) = e^{-x} + cos(3x)$.

8) (8 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x,\, y) = 2x^3 + 6x^2 - 2xy + 3y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}4$✓

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $q \Leftrightarrow ((\neg p \; o \; q) \Rightarrow \neg q)$.
2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \dfrac{1-x}{x}$ e $g(x) = x^2$; risolvere la disequazione $f(g(x)) \geq g(f(x))$.
3) (6 punti) Sia data la funzione f di dominio l'intervallo $[-5, 5]$ e $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } -5 \leq x < -2 \\ 1-x^2 & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ b & \text{se } 2 < x \leq 5 \end{cases}$. Determinare i valori di a e b che rendono la funzione continua nel suo dominio e disegnare il grafico della funzione.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - sen\, x - cos\, x}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{log\, x}{6x + log\, x}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = e^{1-\frac{2}{x^2}}$.
6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^9 \left(\frac{x^2 - 4x - 2}{2\sqrt{x}} \right) dx$.
7) (7 punti) Determinare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione $f(x) = e^{2x} - sen\, x$.
8) (8 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = -2x^3 + 6x^2 + 5xy - y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}5$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p\ o\ r)\ e\ \neg(p \Rightarrow q)) \Leftrightarrow r$.
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R}: 1 \leq x \leq 6\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 2x \leq x^2\}$. Determinare gli insiemi $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$ e $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$ e calcolare i loro insiemi frontiera, $\delta(\mathbb{A} \cup \mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{A} \cap \mathbb{B})$.
3) (6 punti) Sia date le funzioni $f(x) = log\left(x^3 - 2\right)$ e $g(x) = \sqrt[5]{4^x - 11}$. Determinare le espressioni delle loro funzioni inverse: $f^{-1}(x)$ e $g^{-1}(x)$.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^{x^2-5x} - 1}{4x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{2+x}\right)^x$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = arctg\left(1 - \dfrac{4}{x^2}\right)$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso, uno di ascissa positiva e l'altro di ascissa negativa.)
6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 (2 \cdot log\,(1+x))\,dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = a \cdot cos\,x + b \cdot sen\,x$. Determinare i valori dei parametri a e b sapendo che $y(0) = 1$ e $y'(0) = 1$; e calcolare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione.
8) (8 punti) Calcolare l'equazione del piano tangente alla superficie di equazione $z = f(x,y) = \dfrac{y - x^2}{1 + y^2}$ nel punto di coordinate $P(0,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}6^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruire la tavola di verità della proposizione composta $((p\ e\ r) \Rightarrow (p\ o\ \neg q)) \Rightarrow r$.
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R}\colon 0 \leq x \leq 4\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}\colon -x \leq x^2\}$. Determinare gli insiemi $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$ e $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$ e calcolare i loro insiemi interni, $\overset{\circ}{\overline{(\mathbb{A} \cup \mathbb{B})}}$ e $\overset{\circ}{\overline{(\mathbb{A} \cap \mathbb{B})}}$.
3) (6 punti) Sia date le funzioni $f(x) = log\left(2 + \frac{6}{x}\right)$ e $g(x) = 4^{\sqrt[3]{x}}$. Determinare le espressioni delle loro funzioni inverse: $f^{-1}(x)$ e $g^{-1}(x)$.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x^2 - 3x)}{x}$; $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{6x+1}\right)^x$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = arctg\left(\frac{1}{x^2} - 1\right)$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso, uno di ascissa positiva e l'altro di ascissa negativa.)
6) (8 punti) Calcolare $\int_{-1}^{0} (5 \cdot log\,(2+x))\,dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = a \cdot e^x + b$. Determinare i valori dei parametri a e b sapendo che $y(0) = 2$ e $y'(0) = -1$; e calcolare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione.
8) (8 punti) Calcolare l'equazione del piano tangente alla superficie di equazione $z = f(x, y) = y + 5x^2 + \left(1 - y^2\right)^3$ nel punto di coordinate $P(0, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}7^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruire la tavola di verità della proposizione composta $p \Rightarrow ((q \Leftrightarrow r)\ e\ \neg(q \Rightarrow r))$.
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x \leq 0\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: 5x > -x^2\}$. Determinare gli insiemi $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$ e $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$ e calcolare i loro insiemi frontiera, $\delta(\mathbb{A} \cup \mathbb{B})$ e $\delta(\mathbb{A} \cap \mathbb{B})$.
3) (6 punti) Sia date le funzioni $f(x) = e^{3-2x}$ e $g(x) = \sqrt[3]{1-x^7}$. Determinare le espressioni delle loro funzioni inverse: $f^{-1}(x)$ e $g^{-1}(x)$.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x^2}{x^2 - 3x^3}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^{3x-6}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = arctg\left(x^2 - 1\right)$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso, uno di ascissa positiva e l'altro di ascissa negativa.)
6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_0^2 (4 \cdot log\,(3-x))\, dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = a \cdot sen\, x + b$. Determinare i valori dei parametri a e b sapendo che $y(0) = 1$ e $y'(0) = -1$; e calcolare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione.
8) (8 punti) Calcolare l'equazione del piano tangente alla superficie di equazione $z = f(x,y) = \dfrac{2 - y - x^2}{1 + x^2}$ nel punto di coordinate $P(0,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

9 gennaio 2023

Compito $\mathbb{G}8$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruire la tavola di verità della proposizione composta $(q \Rightarrow r) \Rightarrow ((q \Leftrightarrow p)\ o\ \neg q)$.
2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x \leq 3\}$ e $\mathbb{B} = \{x \in \mathbb{R}: -5x > x^2\}$. Determinare gli insiemi $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$ e $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$ e calcolare i loro insiemi interni, $\left(\overset{\circ}{\overline{\mathbb{A} \cup \mathbb{B}}}\right)$ e $\left(\overset{\circ}{\overline{\mathbb{A} \cap \mathbb{B}}}\right)$.
3) (6 punti) Sia date le funzioni $f(x) = 3^{1+\frac{2}{x}}$ e $g(x) = \sqrt[5]{1-x^3}$. Determinare le espressioni delle loro funzioni inverse: $f^{-1}(x)$ e $g^{-1}(x)$.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x^2}-1}{x^3+4x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{2x}\right)^{x+7}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = arctg\left(x^2 - 9\right)$. (Non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda. La funzione presenta due punti di flesso, uno di ascissa positiva e l'altro di ascissa negativa.)
6) (8 punti) Calcolare $\int_{-1}^{0} (3 \cdot log\,(1-x))\,dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = a \cdot cos\,x + b \cdot x$. Determinare i valori dei parametri a e b sapendo che $y(0) = -1$ e $y'(0) = 1$; e calcolare il polinomio di McLaurin di secondo grado della funzione.
8) (8 punti) Calcolare l'equazione del piano tangente alla superficie di equazione $z = f(x,y) = \left(2 - y - x^2\right) \cdot \left(1 - y^2\right)$ nel punto di coordinate $P(0,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.