

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

28 agosto 2023

Compito A1 ✓

- 1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta  $(\neg p \circ \neg q) \Rightarrow ((p \Leftrightarrow q) \circ q)$ .
- 2) (7 punti) Determinare il Campo di Esistenza della funzione di equazione  $y = \log(1 - \log x)$ ; dopo aver determinato il suo Campo di Esistenza determinare le equazioni dei suoi eventuali asintoti.
- 3) (6 punti) Siano dati i vettori  $V = (k \ k \ k)$  e  $W = (k \ -k \ 0)$  dipendenti dal parametro reale  $k$ ; sia  $Z$  il vettore  $Z = V - 2W$ . Determinare i valori del parametro  $k$  per i quali risulta che il vettore  $Z$  presenta modulo pari a  $4\sqrt{11}$ .
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}(-x)}{4x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{2 - \sqrt{4+x}}$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = e^{1-x} - e^{1+x}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int_0^\pi \left( \frac{1 + \cos x}{1 + x + \operatorname{sen} x} \right) dx$ .
- 7) (7 punti) Siano date le funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$  con  $f(0) = g(0) = 0$ ,  $f'(0) = -1$  e  $g'(0) = 1$ . Sia inoltre  $h$  la funzione  $h(x) = f(x) + f(g(x))$ ; determinare  $h(0)$ ,  $h'(0)$  e l'equazione della retta tangente al grafico della funzione  $h$  nel punto di ascissa  $x_0 = 0$ .
- 8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie  $z = f(x, y, v, w) = xy + vw$  nel punto di coordinate  $P(1, 1, -1, -1)$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.