

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

28 agosto 2023

Compito A1 ✓

- 1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $(\neg p \circ \neg q) \Rightarrow ((p \Leftrightarrow q) \circ q)$.
- 2) (7 punti) Determinare il Campo di Esistenza della funzione di equazione $y = \log(1 - \log x)$; dopo aver determinato il suo Campo di Esistenza determinare le equazioni dei suoi eventuali asintoti.
- 3) (6 punti) Siano dati i vettori $V = (k \ k \ k)$ e $W = (k \ -k \ 0)$ dipendenti dal parametro reale k ; sia Z il vettore $Z = V - 2W$. Determinare i valori del parametro k per i quali risulta che il vettore Z presenta modulo pari a $4\sqrt{11}$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}(-x)}{4x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{2 - \sqrt{4+x}}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = e^{1-x} - e^{1+x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_0^\pi \left(\frac{1 + \cos x}{1 + x + \operatorname{sen} x} \right) dx$.
- 7) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x)$ e $g(x)$ con $f(0) = g(0) = 0$, $f'(0) = -1$ e $g'(0) = 1$. Sia inoltre h la funzione $h(x) = f(x) + f(g(x))$; determinare $h(0)$, $h'(0)$ e l'equazione della retta tangente al grafico della funzione h nel punto di ascissa $x_0 = 0$.
- 8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y, v, w) = xy + vw$ nel punto di coordinate $P(1, 1, -1, -1)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.