

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2023-24) - 6 novembre 2023

Compito **B1**- Riccarelli✓

- 1) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{se } x \leq 0 \\ ax+b & \text{se } 0 < x < 3. \\ 7 & \text{se } 3 \leq x \end{cases}$. Determinare i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'insieme \mathbb{R} .
- 2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \frac{3x}{x+2}$ e che $f(g(x)) = \frac{2x}{x+1}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.
- 3) Siano dati gli insiemi $A = [-6, 8]$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: x \leq 3\}$. Determinare l'insieme $C(A \cap B)$ ed il suo insieme derivato $D(C(A \cap B))$. (Con $C(X)$ indichiamo l'insieme complementare di X)
- 4) Date le funzioni $f(x) = 2^{x+3} + k$ e $g(x) = \log(x-1)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro reale positivo k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 10.
- 5) Siano p , q e r tre proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p \Rightarrow q)$ e $(r \Leftrightarrow q)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 15 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 60 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2023-24) - 6 novembre 2023

Compito **B2**- Riccarelli✓

- 1) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} 5 & \text{se } x \leq 2 \\ ax+b & \text{se } 2 < x < 3. \\ 1+3x & \text{se } 3 \leq x \end{cases}$. Determinare i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'insieme \mathbb{R} .
- 2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ e che $f(g(x)) = \frac{x+1}{x+4}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.
- 3) Siano dati gli insiemi $A =]0, 18[$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: -5 < x < 8\}$. Determinare l'insieme $C(A \cup B)$ ed il suo insieme frontiera $\delta(C(A \cup B))$. (Con $C(X)$ indichiamo l'insieme complementare di X)
- 4) Date le funzioni $f(x) = 3^{x+2} - 1$ e $g(x) = \log(x-k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro reale positivo k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 8.
- 5) Siano p , q e r tre proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p \Leftrightarrow q)$ o $(r \Rightarrow q)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 15 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 60 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2023-24) - 6 novembre 2023

Compito B3 - Riccarelli ✓

- 1) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ bx & \text{se } 3 < x \end{cases}$. Determinare i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'insieme \mathbb{R} .
- 2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ e che $f(g(x)) = \frac{x-2}{2x}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.
- 3) Siano dati gli insiemi $A =]-10, 8]$ e $B = \{x \in \mathbb{R}: 5 \leq x\}$. Determinare l'insieme $C(A \cup B)$ ed il suo insieme interno $C(\overset{\circ}{A \cup B})$. (Con $C(X)$ indichiamo l'insieme complementare di X)
- 4) Date le funzioni $f(x) = k + 3^{1+2x}$ e $g(x) = \log(2x - 3)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro reale positivo k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 6.
- 5) Siano p , q e r tre proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p \circ q)$ e $(r \Leftrightarrow q)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 15 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 60 minuti.

Università degli Studi di Siena

Prova intermedia di Matematica Generale (A.A. 2023-24) - 6 novembre 2023

Compito B4 - Riccarelli ✓

- 1) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} ax & \text{se } x < -2 \\ 2 - x^2 & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ b & \text{se } 2 < x \end{cases}$. Determinare i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua su tutto l'insieme \mathbb{R} .
- 2) Date le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, sapendo che $f(x) = \frac{x+2}{1-x}$ e che $f(g(x)) = \frac{3x+1}{x}$, determinare la funzione $g(x)$ e poi l'espressione della sua inversa $g^{-1}(x)$.
- 3) Siano dati gli insiemi $A =]-10, 0[$ e $B = \overline{\{x \in \mathbb{R}: -5 \leq x \leq 1\}}$. Determinare l'insieme $C(A \cap B)$ ed il suo insieme chiusura $\overline{C(A \cap B)}$. (Con $C(X)$ indichiamo l'insieme complementare di X)
- 4) Date le funzioni $f(x) = 3^{1+x}$ e $g(x) = \log(x - k)$, siano A il punto in cui $f(x)$ taglia l'asse delle ordinate, B quello in cui la funzione $g(x)$ taglia l'asse delle ascisse e sia O l'origine degli assi. Determinare il valore del parametro reale positivo k in modo che il triangolo AOB abbia area uguale a 3.
- 5) Siano p , q e r tre proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$.

✓ Il compito è diviso in 5 esercizi che presentano tutti valutazione pari a 6, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 30; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 15 hanno diritto a 2 punti di bonus per tutte le prove scritte di Matematica Generale nel corrente anno accademico, tempo a disposizione 60 minuti.