Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

8 gennaio 2024

Compito $\mathbb{G}1^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p\ e\ q) \Rightarrow \neg(q \Rightarrow p)$.
2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \dfrac{x-6}{3x}$, sia inoltre $f(g(x)) = \dfrac{x+4}{x}$.
Determinare le espressioni delle funzioni: $g(x)$ e $g(f(x))$.
3) (6 punti) Siano dati gli intervalli $\mathcal{I}_1 = [-2, 4]$ e $\mathcal{I}_2 =]e, +\infty[$. Determinare gli insiemi $A = \mathcal{C}(\mathcal{I}_1) \cap \mathcal{I}_2$ e $B = \mathcal{C}(\mathcal{I}_1 \cup \mathcal{I}_2)$. (Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo l'insieme complementare dell'insieme X)
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x + tg(2x)}{sen\, x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x + \frac{6}{x^3}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = (1-x)e^x$.
6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_4^9 \left(\frac{\sqrt{x} - x}{2\sqrt{x}} \right) dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = e^x + 4(x-2)$. Verificare che a tale funzione è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 2]$, e determinare l'unico punto che soddisfa il Teorema nell'intervallo dato.
8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione:
$f(x, y, z, w) = w^3 - 2z + sen(x - y^2)$.

$^{\checkmark}$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

8 gennaio 2024

Compito $\mathbb{G}2$[✓]

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg(p \Leftrightarrow q)\ o\ (q \Rightarrow p)$.

2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \dfrac{8-2x}{x}$, sia inoltre $f(g(x)) = \dfrac{2x-3}{2x}$.
Determinare le espressioni delle funzioni: $g(x)$ e $g(f(x))$.

3) (6 punti) Siano dati gli intervalli $\mathcal{I}_1 = [2, 2\pi]$ e $\mathcal{I}_2 =]6, 20[$. Determinare gli insiemi $A = \mathcal{I}_1 \cup \mathcal{C}(\mathcal{I}_2)$ e $B = \mathcal{C}(\mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2)$. (Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo l'insieme complementare dell'insieme X)

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - \cos x}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{x - \frac{2}{x^2}}$.

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = (3+x)e^{-x}$.

6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^{16} \left(\frac{2+x}{3\sqrt{x}}\right) dx$.

7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = e^{x-2} + 3x$. Verificare che a tale funzione è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 2]$, e determinare l'unico punto che soddisfa il Teorema nell'intervallo dato.

8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione:
$f(x,\, y,\, z,\, w) = z^4 - log(y + xw)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

8 gennaio 2024

Compito $\mathbb{G}3^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg\Big((p \Rightarrow q)\ e\ (q \Leftrightarrow p)\Big)$.
2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \dfrac{3-x}{x}$, sia inoltre $f(g(x)) = \dfrac{1+x}{3x}$. Determinare le espressioni delle funzioni: $g(x)$ e $g(f(x))$.
3) (6 punti) Siano dati gli intervalli $\mathcal{I}_1 = \,]-\infty, 5[$ e $\mathcal{I}_2 = \,]e, 7[$. Determinare gli insiemi $A = \mathcal{C}(\mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2)$ e $B = \mathcal{I}_1 \cup \mathcal{C}(\mathcal{I}_2)$. (Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo l'insieme complementare dell'insieme X)
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\underset{x \to 0}{lim} \dfrac{e^{sen\,x} - 1}{x}$; $\underset{x \to 0}{lim}\, e^{4x + \frac{1}{x^2}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = xe^{2-x}$.
6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^4 \left(\frac{x + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = e^{x+1} - 5x$. Verificare che a tale funzione è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 1]$, e determinare l'unico punto che soddisfa il Teorema nell'intervallo dato.
8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione: $f(x,\, y,\, z,\, w) = z^3 - x + sen\, w + log(3 - y)$.

$^{\checkmark}$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

8 gennaio 2024

Compito $\mathbb{G}4^{\checkmark}$

1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $(\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \ e \ p)$.
2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \dfrac{x+2}{3x}$, sia inoltre $f(g(x)) = \dfrac{1-x}{x}$. Determinare le espressioni delle funzioni: $g(x)$ e $g(f(x))$.
3) (6 punti) Siano dati gli intervalli $\mathcal{I}_1 = [-e, 3]$ e $\mathcal{I}_2 = [-4, 0]$. Determinare gli insiemi $A = \mathcal{C}(\mathcal{I}_1 \cup \mathcal{I}_2)$ e $B = \mathcal{C}(\mathcal{I}_1) \cap \mathcal{I}_2$. (Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo l'insieme complementare dell'insieme X)
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{log(1-2x)}{sen\, x}$; $\lim\limits_{x \to 0} e^{-x-\frac{6}{x^4}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = -xe^{1+x}$.
6) (8 punti) Calcolare $\displaystyle\int_1^9 \left(\frac{1+3x}{\sqrt{x}}\right) dx$.
7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = e^x + 3(1-x)$. Verificare che a tale funzione è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 1]$, e determinare l'unico punto che soddisfa il Teorema nell'intervallo dato.
8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione: $f(x, y, z, w) = (w-z)^2 + cos(3x-y)$.

$^{\checkmark}$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.