

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2022-23)

18 marzo 2024

Compito M1 ✓

- 1) (6 punti) Siano p , q e r tre proposizioni semplici; sotto l'ipotesi che una e solo una fra le tre proposizioni semplici sia vera, costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg(\neg p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$.
- 2) (7 punti) Sia dato l'intervallo $\mathcal{I}_1 = [-3, 2]$ e sia \mathcal{I}_2 un secondo intervallo tale per cui: $\mathcal{I}_1 \cup \mathcal{I}_2 = [-3, +\infty[$ e $\mathcal{C}(\mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2) =]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$. Determinare l'intervallo \mathcal{I}_2 ; dopo aver determinato tale intervallo calcolare gli insiemi $\mathcal{C}(\mathcal{I}_1) \cap \mathcal{I}_2$ e $\mathcal{I}_1 \cup \mathcal{C}(\mathcal{I}_2)$. (Con $\mathcal{C}(X)$ indichiamo l'insieme complementare dell'insieme X)
- 3) (6 punti) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x - 4}{2}$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{-x^2}}{x^2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - \text{sen } x}{x^2 + 3 \cos x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^{1-x^2}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_1^2 \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right) dx$.
- 7) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = 3x - 2$. Verificare che al rapporto $\frac{f(x)}{g(x)}$ è applicabile il Teorema di Cauchy nell'intervallo $[0, 2]$, e determinare il valore del punto x_0 che soddisfa il Teorema.
- 8) (8 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 + 2x^2 - 4x - y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 hanno superato l'esame con votazione che sarà comunicata dal docente in un secondo momento.