

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

24 giugno 2024

Compito G7✓

- 1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici. Si verifichi se la proposizione  $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow q)$  risulti o meno una tautologia.
- 2) (8 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = e^{2x} - 1$  e  $h(x)$ , sapendo che  $f(g(h(x))) = x$ , determinare le espressioni della funzione  $h(x)$  e della funzione  $h(g(f(x)))$ .
- 3) (6 punti) Disegnare un possibile grafico per un funzione che soddisfa entrambe le seguenti definizioni di limite:
  - i)  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta_\varepsilon > 0 : x < -\delta_\varepsilon \Rightarrow f(x) > \varepsilon$ ;
  - ii)  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta_\varepsilon > 0 : x > \delta_\varepsilon \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$ .
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\text{sen } 2x}$  ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2 + x + x^2}{1 + 2x^2} \right)^{1-3x}$  .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = 3e^{2x} - 2e^{3x}$  .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int_0^1 (e^{3x} - x^3) dx$  .
- 7) (6 punti) Date le funzioni  $f(x) = e^{2x} + 1$  e  $g(x) = x^2 - kx + 1$  , determinare il valore del parametro  $k$  in modo che le due funzioni abbiano, nel punto  $x = 1$  , rette tangenti al loro grafico tra loro parallele.
- 8) (8 punti) Determinare la natura dell'unico punto critico della funzione  $f(x, y) = 3x - 2e^y - 3x^2 + 2y$  .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.