

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

26 agosto 2024

Compito A1[✓]

- 1) (6 punti) Siano p , q e r tre proposizioni semplici. Costruire la tavola di verità della proposizione composta $(\neg(p \Rightarrow q) \vee r) \Leftrightarrow \neg r$.
- 2) (8 punti) Siano dati gli intervalli I_1 , I_2 e I_3 , tutti e tre illimitati, Determinare i tre intervalli sapendo che $I_1 \cap I_2 = [0, 2[$ e $I_2 \cap I_3 = [0, 1[$. Dopo aver determinato i tre intervalli calcolare l'insieme $I_1 \cap I_2 \cap I_3$ ed il suo insieme frontiera $\delta(I_1 \cap I_2 \cap I_3)$. L'insieme $I_1 \cap I_2 \cap I_3$ è un insieme aperto, chiuso o né aperto, né chiuso?
- 3) (6 punti) Determinare il valore del parametro k per il quale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } kx}{\text{sen } 4x} = 2$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{2^x - 1}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2+x}{1+x^2} \right)^{3+x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = x - \frac{1}{x^2}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_0^2 (e^{2x} - e^x) dx$.
- 7) (6 punti) Date le funzioni $f(x) = e^x + 1$ e $g(x) = 2x - k \text{sen } x$, determinare il valore del parametro k in modo che le due funzioni abbiano, nel punto $x = 0$, rette tangenti al loro grafico tra loro perpendicolari.
- 8) (8 punti) Data la funzione $f(x, y) = x^2 - xy + 4y^2$, determinare la natura del suo unico punto stazionario.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.