

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

10 settembre 2024

Compito S1[✓]

- 1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici. Si verifichi se la proposizione $\neg(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$ risulti o meno una tautologia.
- 2) (8 punti) Siano date le funzioni $f(x) = e^{2x} - 1$, $g(x) = 2x + 1$ e $h(x)$, sapendo che $f(g(h(x))) = x$, determinare le espressioni della funzione $h(x)$ e della funzione $h(g(f(x)))$.
- 3) (6 punti) Disegnare un possibile grafico per un funzione che soddisfa entrambe le seguenti definizioni di limite:
 - i) $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta_\varepsilon > 0 : x > \delta_\varepsilon \Rightarrow f(x) > \varepsilon$;
 - ii) $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta_\varepsilon > 0 : x < -\delta_\varepsilon \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x)}{\sin 3x}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + 5x^2}{3 + 2x + 2x^2} \right)^{3x}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = 9e^{2x} - 4e^{3x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_0^2 (x^2 + e^{2x}) dx$.
- 7) (6 punti) Date le funzioni $f(x) = e^{kx} + 1$ e $g(x) = x^2 - x + 3$, determinare il valore del parametro k in modo che le due funzioni abbiano, nel punto $x = 0$, rette tangenti al loro grafico tra loro parallele.
- 8) (8 punti) Determinare la natura dell'unico punto critico della funzione $f(x, y) = 3e^x - 2e^y - 3x + 2y$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.