

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2023-24)

10 ottobre 2024

Compito 01 ✓

- 1) (6 punti) Siano  $p$ ,  $q$  e  $r$  tre proposizioni semplici. Determinare la tavola di verità della proposizione composta  $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (r \Leftrightarrow q)$ . La proposizione proposta è una tautologia?
- 2) (8 punti) Date le funzioni  $f(x) = \frac{1+x}{x}$ ,  $g(x) = 2^x - 1$  e  $h(x) = 3x$ , determinare l'espressione della funzione composta  $f(g(h(x)))$  e di questa determinare poi l'espressione della funzione inversa.
- 3) (6 punti) Siano  $I_1$  e  $I_2$  due intervalli chiusi con insiemi frontiera rispettivamente  $\delta(I_1) = \{1, 2e\}$  e  $\delta(I_2) = \{2, 2\pi\}$ . Determinare gli intervalli  $I_1$  e  $I_2$  e calcolare gli insiemi frontiera dell'unione fra  $I_1$  e  $I_2$ ,  $\delta(I_1 \cup I_2)$ , e della loro intersezione,  $\delta(I_1 \cap I_2)$ .
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+2x)}{\log(1+x)}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2+3x^2}{3+2x^2} \right)^x$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = x \cdot \log x$ .
- 6) (8 punti) Calcolare  $\int_0^1 (e^{2x} - e^{3x} + e^x) dx$ .
- 7) (6 punti) Data la matrice  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & k \\ 0 & k & 2 \\ k & 1 & -1 \end{bmatrix}$  ed il vettore  $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  determinare il valore del parametro  $k$  affinché il vettore  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{X}$  sia perpendicolare al vettore  $(1, -1, 1)$ .
- 8) (8 punti) Data la funzione  $f(x, y) = x^2y + y^2 + 2xy$ , determinare la natura dei suoi punti critici.

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.