Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2024-25)

4 febbraio 2025

Compito $\mathbb{F}1$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruire la tavola di verità della proposizione composta $(p\ o\ q) \Rightarrow non(non\,r \Leftrightarrow p)$.
2) (6 punti) Determinare il Campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{2+x}}$.
3) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = 2 - x$ e sia $g(x)$ una funzione tale che $f(g(x)) = e^{-3x}$. Determinare la funzione $g(x)$ e l'espressione della funzione composta $g(f(x) - 2)$.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{e^{sen\,x} - 1}{log(1-2x)}$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{3x} + e^{-3x}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = log\left(\frac{1+3x^2}{2+x^2}\right)$. (Non è richiesto il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso, uno di ascissa positiva ed uno di ascissa negativa.)
6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{3}\left(3 - x^2 + \sqrt[3]{x^4}\right)dx$.
7) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = x + e^{2x}$. Verificare che a tale funzione è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0,3]$, e determinare il valore del punto x_0 che soddisfa il Teorema.
8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie $z(x,y) = 6x \cdot cos\,y + x \cdot sen\,y$ nel punto di coordinate $P(-1,0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2024-25)

4 febbraio 2025

Compito $\mathbb{F}2$✓

1) (6 punti) Siano date tre proposizioni semplici p, q e r; costruire la tavola di verità della proposizione composta $non(p \Rightarrow q)\ e\ (r \Leftrightarrow non\, q)$.
2) (6 punti) Determinare il Campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1-x}}$.
3) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = 1 + 2x$ e sia $g(x)$ una funzione tale che $f(g(x)) = e^x$. Determinare la funzione $g(x)$ e l'espressione della funzione composta $g(1 - f(x))$.
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \dfrac{tg(2\, sen\, x)}{log(1+x)}$; $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{e^{-3x} + e^{3x}}{e^{-2x} - e^{2x}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = log\left(\dfrac{2+x^2}{1+3x^2}\right)$. (Non è richiesto il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso, uno di ascissa positiva ed uno di ascissa negativa.)
6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_{-2}^{1} \left(1 + 3x^2 - \sqrt[5]{x^4}\right) dx$.
7) (8 punti) Sia data la funzione $f(x) = e^x - 3x$. Verificare che a tale funzione è applicabile il Teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 2]$, e determinare il valore del punto x_0 che soddisfa il Teorema.
8) (8 punti) Determinare l'espressione del piano tangente alla superficie $z(x,y) = x \cdot cos\, y - 5x \cdot sen\, y$ nel punto di coordinate $P(1, 0)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.