

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

3 luglio 2012

Compito A[✓]

- 1) (7 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r . Sapendo che le proposizioni composte $p \Rightarrow q$ e $q \Leftrightarrow r$ sono sicuramente vere, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(p \vee q) \Leftrightarrow r$ è vera? (Giustificare la risposta)
- 2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - x - 12 \leq 0\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{R}: \log_3(x+3) \geq 0\}$; dopo aver determinato gli insiemi $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ e $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$, indicare la frontiera dell'unione dei due insiemi: $\delta(\mathcal{A} \cup \mathcal{B})$, e l'interno dell'intersezione dei due insiemi: $(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^\circ$.
- 3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali privati dello zero $\mathbb{N}^*$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow$ almeno uno fra x ed y è divisibile sia per 2 che per 3. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} 2x + \operatorname{tg} x}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{4x}-2}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{2}{x} - \log(e^2 x)$.
- 6) (7 punti) Attraverso opportuni polinomi di McLaurin calcolare il valore del seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} - \operatorname{sen} 3x^2 - 1}{x^3}$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int_1^e x \cdot \log \frac{1}{x} dx$.
- 8) (7 punti) Determinare, se esistono, il massimo e/o il minimo della funzione a due variabili $f(x, y) = 3xy - y^2 + x^3$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

3 luglio 2012

Compito $\mathbb{B}^{\checkmark}$

- 1) (7 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r . Sapendo che le proposizioni composte $p \Leftrightarrow q$ e $q \Rightarrow r$ sono sicuramente vere, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(p \vee q) \Leftrightarrow r$ è vera? (Giustificare la risposta)
- 2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{R}: x^2 + x - 12 \geq 0\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{R}: \log_4(x + 4) \geq 0\}$; dopo aver determinato gli insiemi $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ e $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$, indicare la frontiera dell'unione dei due insiemi: $\delta(\mathcal{A} \cup \mathcal{B})$, e l'interno dell'intersezione dei due insiemi: $(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^\circ$.
- 3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali privati dello zero $\mathbb{N}^*$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow$ entrambi i numeri x e y sono divisibili per 2 o per 3. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + e^{4x} - 1}{e^{4x} - \sin 2x - 1}$; $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{1}{x} - \log(e x)$.
- 6) (7 punti) Attraverso opportuni polinomi di McLaurin calcolare il valore del seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x^2 - \sin 5x^2 - 1}{x^2}$.
- 7) (7 punti) Calcola $\int_{1/e}^1 x \cdot \log \frac{1}{x} dx$.
- 8) (7 punti) Determinare, se esistono, il massimo e/o il minimo della funzione a due variabili $f(x, y) = 4xy + y^2 - x^3$.

$\checkmark$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

3 luglio 2012

Compito C[✓]

- 1) (7 punti) Siano date tre proposizioni semplici p , q e r . Sapendo che le proposizioni composte $p \Rightarrow q$ e $q \Rightarrow r$ sono sicuramente vere, possiamo concludere con certezza che la proposizione composta $(p \circ q) \Rightarrow r$ è vera? (Giustificare la risposta)
- 2) (7 punti) Siano dati gli insiemi $\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$ e $\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{R}: \log_2(x+2) > 0\}$; dopo aver determinato gli insiemi $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ e $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$, indicare la frontiera dell'unione dei due insiemi: $\delta(\mathcal{A} \cup \mathcal{B})$, e l'interno dell'intersezione dei due insiemi: $(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^\circ$.
- 3) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali privati dello zero $\mathbb{N}^*$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow$ uno e solo uno fra x ed y è divisibile sia per 2 che per 3. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \log(1+3x)}{\log(1+2x) + \operatorname{tg} 3x}$; $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = \frac{1}{x} + \log(-e x)$.
- 6) (7 punti) Attraverso opportuni polinomi di McLaurin calcolare il valore del seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x^2 - e^{x^2} + 1}{x^4}$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int_1^e \left(-x \cdot \log \frac{1}{x}\right) dx$.
- 8) (7 punti) Determinare, se esistono, il massimo e/o il minimo della funzione a due variabili $f(x, y) = xy + 4y^2 + 2x^3$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.