

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

4 settembre 2012

Compito A[✓]

- 1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A , B e C . Sapendo che $(A \cap B) \subset C$ e $(A \cup C) \subset B$, possiamo concludere con certezza che $(A \cup B) \subset C$? (Giustificare la risposta)
- 2) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 1$. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$. Dopo aver determinato il suo campo di esistenza, studiare la natura dei suoi eventuali punti di discontinuità.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin^2 x)}{1 - \cos x + x^2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 6^x}{x^6 - x^3}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento grafico della curva di equazione $y = 2 - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$.
- 6) (7 punti) Indicare l'equazione della retta passante per il punto $(-1; 1)$ e parallela alla retta tangente alla funzione $y = 2^x + 4^x$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[4]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}} dx$.
- 8) (7 punti) Indicare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \sqrt{\frac{\log(xy^2)}{xz}}$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

4 settembre 2012

Compito $\mathbb{B}^{\checkmark}$

- 1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A , B e C . Sapendo che $(A \cup B) \subset C$ e $(A \cap C) \subset B$, possiamo concludere con certezza che $A \subset B$? (Giustificare la risposta)
- 2) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 1$. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$. Dopo aver determinato il suo campo di esistenza, studiare la natura dei suoi eventuali punti di discontinuità.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3^x - 2 + \cos x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 6^{-x}}{x^6 - x^3}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento grafico della curva di equazione $y = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - 3$.
- 6) (7 punti) Indicare l'equazione della retta passante per il punto $(1; -1)$ e parallela alla retta tangente alla funzione $y = -2^x + 4^{-x}$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int_2^4 \frac{1}{\sqrt[4]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}} dx$.
- 8) (7 punti) Indicare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \sqrt{\frac{2xy^2}{xz}}$.

$\checkmark$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

4 settembre 2012

Compito C[✓]

- 1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A , B e C . Sapendo che $(A \cap B) \subset C$ e $(B \cup C) \subset A$, possiamo concludere con certezza che $B \subset (A \cap C)$? (Giustificare la risposta)
- 2) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq -1$. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \frac{x+2}{x^2-x-6}$. Dopo aver determinato il suo campo di esistenza, studiare la natura dei suoi eventuali punti di discontinuità.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x^2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - x^6}{x^3 - 6^{-x}}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento grafico della curva di equazione $y = 1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}$.
- 6) (7 punti) Indicare l'equazione della retta passante per il punto $(0; 0)$ e parallela alla retta tangente alla funzione $y = 2^x - 3^x$ nel punto di ascissa $x_0 = 1$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}} dx$.
- 8) (7 punti) Indicare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \frac{\log(xyz^2)}{\sqrt{y^3}}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.