

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

11 giugno 2012

Compito A[✓]

- 1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A , B e C . Dopo aver costruito la tavola di appartenenza degli insiemi $(A/B) \cap C$ e $(A \cap B)/C$, indicare, giustificando la risposta, se i due insiemi della riga precedente sono disgiunti.
- 2) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{se } x \leq -1 \\ 1 + kx^2 & \text{se } -1 < x < 1 \\ m & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$. Indicare, se esistono, valori dei parametri k e m affinché la funzione f sia continua in tutto l'insieme dei numeri reali.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 5x}{x^5 + 4x}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^x - 3x$.
- 6) (7 punti) Determinare il polinomio di Mac Laurin di quarto grado della funzione $f(x) = e^{2x} + 4\sin x$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int \frac{x-5}{1+x^2} dx$.
- 8) (7 punti) Indicare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \log(y^z \cdot z^{xy^2})$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

11 giugno 2012

Compito $\mathbb{B}^{\checkmark}$

- 1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A , B e C . Dopo aver costruito la tavola di appartenenza degli insiemi $A/(B \cap C)$ e $A \cap (B/C)$, indicare, giustificando la risposta, se i due insiemi della riga precedente sono disgiunti.
- 2) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x^3 \leq y^3$. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} m & \text{se } x \leq -1 \\ 1 + kx^2 & \text{se } -1 < x < 1 \\ 2x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$. Indicare, se esistono, valori dei parametri k e m affinché la funzione f sia continua in tutto l'insieme dei numeri reali.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x \operatorname{sen} x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 5^x}{x^5 + 4^x}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^{-x} - x$.
- 6) (7 punti) Determinare il polinomio di Mac Laurin di quarto grado della funzione $f(x) = e^{x^2} - \operatorname{sen} x$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int \frac{x+7}{1+x^2} dx$.
- 8) (7 punti) Indicare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \log(y^{-z} \cdot z^{x^2 y})$.

$\checkmark$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

11 giugno 2012

Compito C[✓]

- 1) (7 punti) Siano dati tre insiemi A , B e C . Dopo aver costruito la tavola di appartenenza degli insiemi $(A/B) \cup C$ e $(A \cup B)/C$, indicare, giustificando la risposta, se i due insiemi della riga precedente sono disgiunti.
- 2) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$ nel seguente modo: $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.
- 3) (7 punti) Si consideri la funzione
$$f(x) = \begin{cases} 1 + kx^2 & \text{se } x \leq -1 \\ 0 & \text{se } -1 < x < 1 \\ 1 - mx^2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$
. Indica, se esistono, valori dei parametri k e m affinché la funzione f sia continua in tutto l'insieme dei numeri reali.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x \operatorname{sen} x} - 1}{x^2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 5^{-x}}{x^5 + 4^{-x}}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione $y = e^x - ex$.
- 6) (7 punti) Determinare il polinomio di Mac Laurin di quarto grado della funzione $f(x) = e^x - 4 \operatorname{sen} x^2$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int \frac{9-x}{1+x^2} dx$.
- 8) (7 punti) Indicare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = z^x \cdot \log(x^z y)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.