

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

13 ottobre 2012

Compito unico✓

1) (7 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p , q e r . Costruire la tavola di verità della proposizione composta: $(p \Rightarrow (q \vee \neg r)) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow q)$; ed indica se si tratta di una tautologia o una contraddizione.

2) (7 punti) Sia $\mathcal{R}$ una relazione definita sull'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$ nel seguente modo: $m \mathcal{R} n \Leftrightarrow$ almeno uno fra m e n è pari. Studiare le proprietà soddisfatte da $\mathcal{R}$.

3) (7 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} mx & \text{se } x \leq -1 \\ \log(2-x) & \text{se } -1 < x < 1 \\ mx + q & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$.

Indicare, se esistono, valori dei parametri m e q affinché la funzione f sia continua in tutto l'insieme dei numeri reali.

4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - \log x)}{\log x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x \sin x}$.

5) (11 punti) Determinare l'andamento grafico della curva di equazione

$$y = \log\left(\frac{2x}{1+x^2}\right).$$

6) (7 punti) Indicare l'equazione della retta tangente alla funzione $y = e^x + e^{-x}$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

7) (7 punti) Calcolare $\int_e^{e^2} \frac{\log x + 1}{x \log x} dx$.

8) (7 punti) Indicare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 y^2 + x^2 z^2}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.