

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 settembre 2012

Compito A[✓]

1) (7 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p , q e r . Costruire la tavola di verità della proposizione composta: $((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$; ed indica se si tratta di una tautologia o una contraddizione.

2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{(x-3) \cdot (1+x)}$ e $g(x) = \log(4-x^2)$ ed indichiamo con A e B gli insiemi campo di esistenza rispettivamente di f e g ; dopo aver determinato la loro intersezione ($A \cap B$) e la loro unione ($A \cup B$), indicare per questi ultimi due insiemi il loro interno: $(A \overset{\circ}{\cap} B)$ e $(A \overset{\circ}{\cup} B)$.

3) (7 punti) Si considerino le funzioni $f(x) = \frac{1}{1+3^x}$ e $g(x) = \frac{1-2\sqrt{x}}{1+3\sqrt{x}}$.

Determinare le espressioni della funzione composta $g(f(x))$ e della sua inversa.

4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log^2 x + \log^4 x}{x}$;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\log x - x}.$$

5) (11 punti) Determinare l'andamento grafico della curva di equazione $y = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^3}$.

6) (7 punti) Indicare l'equazione della retta tangente alla funzione $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ nel

punto di ascissa $x_0 = 6$.

7) (7 punti) Calcolare $\int_0^2 6^x \cdot 2^{-x} dx$.

8) (7 punti) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo della funzione a due variabili $f(x, y) = x^2 + 4x^2y + y^2$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 settembre 2012

Compito $\mathbb{B}^{\checkmark}$

- 1) (7 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p , q e r . Costruire la tavola di verità della proposizione composta: $((p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$; ed indica se si tratta di una tautologia o una contraddizione.
- 2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{(x-3) \cdot (x+2)}$ e $g(x) = \log(9 - x^2)$ ed indichiamo con A e B gli insiemi campo di esistenza rispettivamente di f e g ; dopo aver determinato la loro intersezione $(A \cap B)$ e la loro unione $(A \cup B)$, indicare per questi ultimi due insiemi il loro interno: $(A \overset{\circ}{\cap} B)$ e $(A \overset{\circ}{\cup} B)$.
- 3) (7 punti) Si considerino le funzioni $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$ e $g(x) = 1 - 5\sqrt{x}$.
Determinare le espressioni della funzione composta $g(f(x))$ e della sua inversa.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 4^x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{x - \log x}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento grafico della curva di equazione $y = \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$.
- 6) (7 punti) Indicare l'equazione della retta tangente alla funzione $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$ nel punto di ascissa $x_0 = 29$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int_{-2}^2 4^x \cdot 2^{-x} dx$.
- 8) (7 punti) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo della funzione a due variabili $f(x, y) = -x^2 + x^2y - y^2$.

$\checkmark$ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Facoltà di Economia

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 11-12)

19 settembre 2012

Compito C[✓]

- 1) (7 punti) Siano dati tre proposizioni semplici p , q e r . Costruire la tavola di verità della proposizione composta: $((p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$; ed indica se si tratta di una tautologia o una contraddizione.
- 2) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \sqrt{(x^2 - 9) \cdot (2 - x)}$ e $g(x) = \log(5 - x)$ ed indichiamo con A e B gli insiemi campo di esistenza rispettivamente di f e g ; dopo aver determinato la loro intersezione $(A \cap B)$ e la loro unione $(A \cup B)$, indicare per questi ultimi due insiemi il loro interno: $(A \overset{\circ}{\cap} B)$ e $(A \overset{\circ}{\cup} B)$.
- 3) (7 punti) Si considerino le funzioni $f(x) = \frac{1}{1 + 4^x}$ e $g(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.
Determinare le espressioni della funzione composta $g(f(x))$ e della sua inversa.
- 4) (7 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 4^x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x - \log x}$.
- 5) (11 punti) Determinare l'andamento grafico della curva di equazione
$$y = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^3}.$$
- 6) (7 punti) Indicare l'equazione della retta tangente alla funzione $y = \frac{1}{\log_4(8 + x)}$ nel punto di ascissa $x_0 = 8$.
- 7) (7 punti) Calcolare $\int_0^1 8^x \cdot 2^{-x} dx$.
- 8) (7 punti) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo della funzione a due variabili $f(x, y) = x^2 - 2x^2y + y^2$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono in questa prova una votazione non inferiore a 24 sono ammessi alla prova orale.