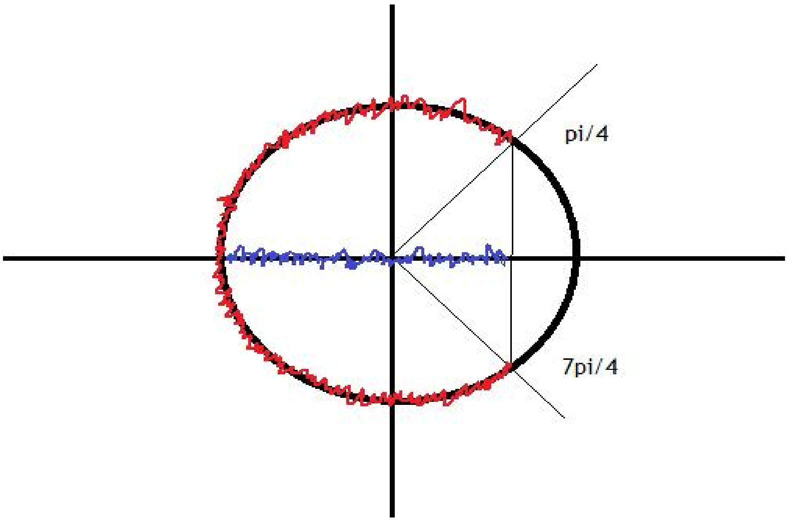
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SIENA
Corsi di Laurea Triennale in Economia
A.A. 2025/26
Correzione Prova di verifica di fine Precorso Matematica 2025
I Versione

1) Se $log_3 x + log_9 x = 6$, il valore di x è pari a:
☐ 1a) 9
☒ 1b) 81
☐ 1c) 3
☐ 1d) 27
SOLUZIONE: sostituendo i valori proposti all'uguaglianza si ottiene:
$x = 9 \rightarrow log_3 9 + log_9 9 = 2 + 1 = 3 \neq 6$;
$x = 81 \rightarrow log_3 81 + log_9 81 = 4 + 2 = 6$, $\mathcal{EUREKA}$;
$x = 3 \rightarrow log_3 3 + log_9 3 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \neq 6$;
$x = 27 \rightarrow log_3 27 + log_9 27 = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \neq 6$.
Alternativamente se usiamo le proprietà dei logaritmi abbiamo $log_3 x + log_9 x = log_3 9 \cdot log_9 x + log_9 x = 2 \cdot log_9 x + log_9 x = 3 \cdot log_9 x$, posto $3 \cdot log_9 x = 6$ si ottiene $log_9 x = 2$ da cui $x = 9^2 = 81$. Risposta corretta 1b.

2) Limitatamente ai valori $0 \leq x \leq 2\pi$, la disequazione $cos(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ha soluzioni:
☐ 2a) $\frac{1}{4}\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$
☒ 2b) $\frac{1}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$
☐ 2c) $\frac{1}{4}\pi \leq x \leq \pi$
☐ 2d) $\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$
SOLUZIONE: relativamente al primo giro sulla circonferenza goniometrica (vedi immagine pagina successiva), la funzione $cos(x)$, che si misura sulle ascisse, è minore o uguale a $\frac{\sqrt{2}}{2}$ nella parte delle ascisse evidenziata in blu, a cui corrispondono gli archi evidenziati in rosso, pertanto la disequazione proposta è verificata se e solo se $\frac{1}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$. Risposta corretta 2b.



3) La circonferenza di centro $C(3,5)$ e raggio $r=5$ ha equazione:
☒ 3a) $x^2+y^2-6x-10y+9=0$
☐ 3b) $x^2+y^2-6x-10y+5=0$
☐ 3c) $x^2+y^2-3x-5y+5=0$
☐ 3d) $x^2+y^2-5x-3y+9=0$
SOLUZIONE: la circonferenza di centro $C(3,5)$ e raggio $r=5$ ha equazione:
$(x-3)^2+(y-5)^2=5^2$, che dopo alcuni calcoli algebrici può essere scritta come:
$x^2+y^2-6x-10y+9=0$. Risposta corretta 3a.

4) Nel piano cartesiano, l'equazione $y=x^2-2x$ rappresenta
☒ 4a) una parabola con il vertice nel punto $(1,\ -1)$
☐ 4b) una parabola passante per i punti $(0,\ -2)$ e $(0,0)$
☐ 4c) una retta passante per i punti $(0,0)$ e $(1,\ -1)$
☐ 4d) una retta passante per i punti $(-1,3)$ e $(1,\ -1)$
SOLUZIONE: l'equazione proposta è l'equazione di una parabola, quindi escludiamo le risposte 4c e 4d; inoltre se $x=0$ allora $y=0$, quindi la parabola non può passare per il punto $(0,\ -2)$, questo esclude la risposta 4b. Il vertice della parabola ha coordinate:

$$V=\left(-\frac{b}{2a},\ -\frac{\Delta}{4a}\right)=\left(-\frac{-2}{2},\ -\frac{(-2)^2-4\cdot 1\cdot 0}{4}\right)=\left(1,\ -\frac{4-0}{4}\right)=(1,\ -1)\,.$$

Risposta corretta 4a.

5) L'equazione esplicita della retta che passa per i punti $A(1,2)$ e $B(5,6)$ è:
☐ 5a) $y=x-1$
☐ 5b) $y=2x+1$
☐ 5c) $y=x-6$
☒ 5d) $y=x+1$
SOLUZIONE: l'equazione di una retta che passa per i due punti $A(1,2)$ e $B(5,6)$ è
$\dfrac{x-1}{5-1}=\dfrac{y-2}{6-2}$ ovvero $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{4}$ da cui $y=x+1$. Risposta corretta 5d.

6) Quale fra le seguenti uguaglianze è corretta?

☐ 6a) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{2}$

☐ 6b) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

☐ 6c) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[64]{2}$

☒ 6d) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[12]{2}$

SOLUZIONE: $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2}$. Risposta corretta 6d.

7) La disequazione $3 \cdot 2^x > 0$ risulta soddisfatta per
☐ 7a) $2^x > \frac{1}{3}$, ovvero per $x > \sqrt{\frac{1}{3}}$
☒ 7b) ogni valore di x
☐ 7c) $x > \sqrt{3}$
☐ 7d) $x > \log_2 \frac{1}{3}$
SOLUZIONE: la disequazione $3 \cdot 2^x > 0$ è equivalente alla disequazione $2^x > 0$ che è verificata per ogni valore di x. Risposta corretta 7b.

8) Si consideri una circonferenza $\mathcal{C}$ di raggio r e sia AB una corda tracciata su $\mathcal{C}$ che insiste su un angolo alla circonferenza di ampiezza α. Quale fra le formule seguenti esprime il corretto valore della lunghezza di AB?
☐ 8a) $\overline{AB} = 2r\, cos\, \alpha$
☐ 8b) $\overline{AB} = 2r\, sen\, \alpha \cdot cos\, \alpha$
☒ 8c) $\overline{AB} = 2r\, sen\, \alpha$
☐ 8d) $\overline{AB} = 2r\, tg\, \alpha$
SOLUZIONE: secondo il Teorema della corda una circonferenza $\mathcal{C}$ di raggio r e corda AB tracciata su $\mathcal{C}$ che insiste su un angolo alla circonferenza di ampiezza α ha lunghezza della corda $\overline{AB} = 2r\, sen\, \alpha$. Risposta corretta 8c.

9) Se $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \sqrt[5]{\frac{8}{27}}$ allora:

☒ 9a) $x = -\frac{3}{5}$

☐ 9b) $x = \frac{3}{5}$

☐ 9c) $x = -\frac{5}{3}$

☐ 9d) $x = \frac{5}{3}$

SOLUZIONE: da $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \sqrt[5]{\frac{8}{27}}$ si ottiene $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$ ovvero $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{5}}$ ed infine $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{3}{5}}$, con $x = -\frac{3}{5}$. Risposta corretta 9a.

10) L'espressione $\dfrac{x-1}{x+1} - \dfrac{x+1}{x-1}$ risulta uguale a:

☐ 10a) -2

☐ 10b) $\dfrac{2}{x^2-1}$

☒ 10c) $\dfrac{4x}{1-x^2}$

☐ 10d) $\dfrac{x^2+2}{1-x^2}$

SOLUZIONE: $\dfrac{x-1}{x+1} - \dfrac{x+1}{x-1} = \dfrac{(x-1)^2-(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{x^2-2x+1-(x^2+2x+1)}{x^2-1} =$ $\dfrac{-4x}{x^2-1} = \dfrac{4x}{1-x^2}$. Risposta corretta 10c.

II Versione

1) L'espressione $\dfrac{x-1}{x+1} - \dfrac{x+1}{x-1}$ risulta uguale a:

☐ 1a) $\dfrac{2}{x^2-1}$

☐ 1b) $\dfrac{x^2+2}{1-x^2}$

☐ 1c) -2

☒ 1d) $\dfrac{4x}{1-x^2}$

SOLUZIONE: $\dfrac{x-1}{x+1} - \dfrac{x+1}{x-1} = \dfrac{(x-1)^2-(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{x^2-2x+1-(x^2+2x+1)}{x^2-1} =$ $\dfrac{-4x}{x^2-1} = \dfrac{4x}{1-x^2}$. Risposta corretta 1d.

2) La disequazione $3 \cdot 2^x > 0$ risulta soddisfatta per

☒ 2a) ogni valore di x

☐ 2b) $x > \sqrt{3}$

☐ 2c) $2^x > \dfrac{1}{3}$, ovvero per $x > \sqrt{\dfrac{1}{3}}$

☐ 2d) $x > \log_2 \dfrac{1}{3}$

SOLUZIONE: la disequazione $3 \cdot 2^x > 0$ è equivalente alla disequazione $2^x > 0$ che è verificata per ogni valore di x. Risposta corretta 2a.

3) Si consideri una circonferenza $\mathcal{C}$ di raggio r e sia AB una corda tracciata su $\mathcal{C}$ che insiste su un angolo alla circonferenza di ampiezza α. Quale fra le formule seguenti esprime il corretto valore della lunghezza di AB?

☐ 3a) $\overline{AB} = 2r\, tg\, \alpha$

☒ 3b) $\overline{AB} = 2r\, sen\, \alpha$

☐ 3c) $\overline{AB} = 2r\, sen\, \alpha \cdot cos\, \alpha$

☐ 3d) $\overline{AB} = 2r\, cos\, \alpha$

SOLUZIONE: secondo il Teorema della corda una circonferenza $\mathcal{C}$ di raggio r e corda AB tracciata su $\mathcal{C}$ che insiste su un angolo alla circonferenza di ampiezza α ha lunghezza della corda $\overline{AB} = 2r\,sen\,\alpha$. Risposta corretta 3b.

4) Quale fra le seguenti uguaglianze è corretta?

☐ 4a) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{2}$

☐ 4b) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

☒ 4c) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[12]{2}$

☐ 4d) $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[64]{2}$

SOLUZIONE: l $\left(\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2}$. Risposta corretta 4c.

5) La circonferenza di centro $C(3, 5)$ e raggio $r = 5$ ha equazione:
☒ 5a) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$
☐ 5b) $x^2 + y^2 - 3x - 5y + 5 = 0$
☐ 5c) $x^2 + y^2 - 5x - 3y + 9 = 0$
☐ 5d) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 5 = 0$
SOLUZIONE: la circonferenza di centro $C(3, 5)$ e raggio $r = 5$ ha equazione:
$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 5^2$, che dopo alcuni calcoli algebrici può essere scritta come:
$x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$. Risposta corretta 5a.

6) Nel piano cartesiano, l'equazione $y = x^2 - 2x$ rappresenta
☐ 6a) una retta passante per i punti $(0, 0)$ e $(1, -1)$
☒ 6b) una parabola con il vertice nel punto $(1, -1)$
☐ 6c) una parabola passante per i punti $(0, -2)$ e $(0, 0)$
☐ 6d) una retta passante per i punti $(-1, 3)$ e $(1, -1)$
SOLUZIONE: l'equazione proposta è l'equazione di una parabola, quindi escludiamo le risposte 6a e 6d; inoltre se $x = 0$ allora $y = 0$, quindi la parabola non può passare per il punto $(0, -2)$, questo esclude la risposta 6c. Il vertice della parabola ha coordinate:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{-2}{2}, -\frac{(-2)^2 - 4\cdot 1\cdot 0}{4}\right) = \left(1, -\frac{4-0}{4}\right) = (1, -1)\,.$$

Risposta corretta 6b.

7) Limitatamente ai valori $0 \le x \le 2\pi$, la disequazione $cos(x) \le \frac{\sqrt{2}}{2}$ ha soluzioni:

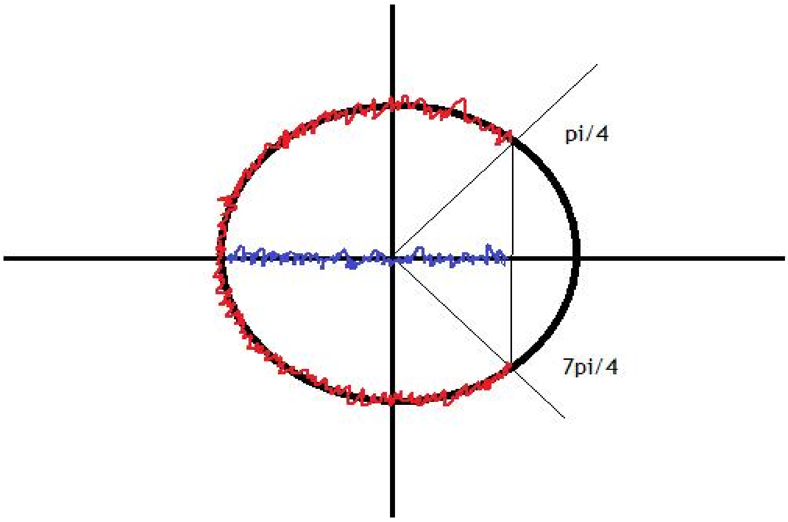
☐ 7a) $\pi \le x \le \frac{7}{4}\pi$

☐ 7b) $\frac{1}{4}\pi \le x \le \frac{3}{4}\pi$

☐ 7c) $\frac{1}{4}\pi \le x \le \pi$

☒ 7d) $\frac{1}{4}\pi \le x \le \frac{7}{4}\pi$

SOLUZIONE: relativamente al primo giro sulla circonferenza goniometrica (vedi immagine seguente), la funzione $cos(x)$, che si misura sulle ascisse, è minore o uguale a $\frac{\sqrt{2}}{2}$ nella parte delle ascisse evidenziata in blu, a cui corrispondono gli archi evidenziati in rosso, pertanto la disequazione proposta è verificata se e solo se $\frac{1}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$. Risposta corretta 7d.



8) Se $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \sqrt[5]{\frac{8}{27}}$ allora:

☐ 8a) $x = \frac{5}{3}$

☐ 8b) $x = -\frac{5}{3}$

☐ 8c) $x = \frac{3}{5}$

☒ 8d) $x = -\frac{3}{5}$

SOLUZIONE: da $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \sqrt[5]{\frac{8}{27}}$ si ottiene $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$ ovvero $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{5}}$ ed infine $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{3}{5}}$, con $x = -\frac{3}{5}$. Risposta corretta 8d.

9) L'equazione esplicita della retta che passa per i punti $A(1, 2)$ e $B(5, 6)$ è:

☒ 9a) $y = x + 1$
☐ 9b) $y = x - 6$
☐ 9c) $y = 2x + 1$
☐ 9d) $y = x - 1$

SOLUZIONE: l'equazione di una retta che passa per i due punti $A(1, 2)$ e $B(5, 6)$ è $\frac{x-1}{5-1} = \frac{y-2}{6-2}$ ovvero $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{4}$ da cui $y = x + 1$. Risposta corretta 9a.

10) Se $log_3 x + log_9 x = 6$, il valore di x è pari a:

☐ 10a) 9

☐ 10b) 27
☐ 10c) 3
☒ 10d) 81
SOLUZIONE: sostituendo i valori proposti all'uguaglianza si ottiene:
$x = 9 \rightarrow log_3 9 + log_9 9 = 2 + 1 = 3 \neq 6$;
$x = 27 \rightarrow log_3 27 + log_9 27 = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \neq 6$;
$x = 3 \rightarrow log_3 3 + log_9 3 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \neq 6$;
$x = 81 \rightarrow log_3 81 + log_9 81 = 4 + 2 = 6$, $\mathcal{EUREKA}$.
Alternativamente se usiamo le proprietà dei logaritmi abbiamo
$log_3 x + log_9 x = log_3 9 \cdot log_9 x + log_9 x = 2 \cdot log_9 x + log_9 x = 3 \cdot log_9 x$, posto $3 \cdot log_9 x = 6$ si ottiene $log_9 x = 2$ da cui $x = 9^2 = 81$. Risposta corretta 10d.