

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

Compito G5✓

- 1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta  $\neg(q \vee p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$ .
- 2) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 + 2x)^k$ ; se 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 4$$
, quale è il valore del parametro  $k$ ?
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \frac{x}{3-x}$  e  $g(x) = e^{2-x}$ .  
Determinare l'espressione della funzione composta  $f(g(x))$  e della sua funzione inversa.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin x^2}$ ;  
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - e^x + 2x^2}{e^{3x} + 3x^2}.$$
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = (4 - x^2)e^{x^2}$ . (Non è richiesto il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)
- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito  $\int \left( \frac{x^3 + \sqrt{x}}{x} \right) dx$ .
- 7) (7 punti) Determinare l'espressione del polinomio di MacLaurin di secondo grado della funzione  $f(x) = x \cdot \sin(3x) - \log(1 + 2x)$ .
- 8) (8 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione  $f(x, y) = y^3 - 2x^2 - 75y + 12x$ .

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

Compito G6<sup>✓</sup>

1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta  $\neg(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (q \vee p)$ .

2) (7 punti) Sia data la funzione  $f(x) = (1 + 3x)^k$ ; se

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 9, \text{ quale è il valore del parametro } k?$$

3) (6 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = \frac{x}{3-x}$  e  $g(x) = e^{2-x}$ .

Determinare l'espressione della funzione composta  $g(f(x))$  e della sua funzione inversa.

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(e^{-x^2} - 1)}{x^2}$ ;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{-x} + e^{-x} + 3x^2}{e^{-x} + 2x^2}.$$

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = (2 - x^2)e^{x^2}$ . (Non è richiesto il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)

6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito  $\int \left( \frac{x^3 + x}{\sqrt{x}} \right) dx$ .

7) (7 punti) Determinare l'espressione del polinomio di MacLaurin di secondo grado della funzione  $f(x) = \operatorname{sen}(2x) - x \cdot \log(1 + 2x)$ .

8) (8 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x, y) = y^3 + 2x^2 - 3y + 20x.$$

---

<sup>✓</sup> Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.