

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

Compito G5[✓]

- 1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg(q \wedge p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$.

- 2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 + 2x)^k$; se

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 4, \text{ quale è il valore del parametro } k?$$

- 3) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \frac{x}{3-x}$ e $g(x) = e^{2-x}$.

Determinare l'espressione della funzione composta $f(g(x))$ e della sua funzione inversa.

- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\operatorname{sen} x^2}$;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - e^x + 2x^2}{e^{3x} + 3x^2}.$$

- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = (4 - x^2)e^{x^2}$. (Non è richiesto il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)

- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito $\int \left(\frac{x^3 + \sqrt{x}}{x} \right) dx$.

- 7) (7 punti) Determinare l'espressione del polinomio di MacLaurin di secondo grado della funzione $f(x) = x \cdot \operatorname{sen}(3x) - \log(1 + 2x)$.

- 8) (8 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = y^3 - 2x^2 - 75y + 12x$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

Compito G6[✓]

- 1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta $\neg(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (q \wedge p)$.

- 2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = (1 + 3x)^k$; se

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 9, \text{ quale è il valore del parametro } k?$$

- 3) (6 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \frac{x}{3-x}$ e $g(x) = e^{2-x}$.

Determinare l'espressione della funzione composta $g(f(x))$ e della sua funzione inversa.

- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{-x^2} - 1)}{x^2}$;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{-x} + e^{-x} + 3x^2}{e^{-x} + 2x^2}.$$

- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = (2 - x^2)e^{x^2}$. (Non è richiesto il calcolo e lo studio della derivata seconda, la funzione presenta due punti di flesso)

- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito $\int \left(\frac{x^3 + x}{\sqrt{x}} \right) dx$.

- 7) (7 punti) Determinare l'espressione del polinomio di MacLaurin di secondo grado della funzione $f(x) = \sin(2x) - x \cdot \log(1 + 2x)$.

- 8) (8 punti) Studiare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = y^3 + 2x^2 - 3y + 20x$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.