

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

Compito G1<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta  $q \Rightarrow (\neg(q \wedge p) \Leftrightarrow p)$ .
- 2) (7 punti) Sia dato l'insieme  $A = ]-\pi^2, \pi^2[ \cap [-20, 0]$ . Determinare  $D(A)$  l'insieme dei punti di accumulazione di  $A$ ,  $\overset{\circ}{A}$  l'insieme dei punti interni di  $A$ , ed indicare se  $A$  è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = 3 + x^2$  e  $g(x) = \sqrt{9x} + k$ , dove  $k$  è un parametro reale. Determinare l'espressione della funzione composta  $g(f(x))$  e determinare il valore del parametro  $k$  tale per cui  $\lim_{x \rightarrow 1} g(f(x)) = 5$ .
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x^2)}{x^4}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x + 2x^2}{5x + 3x^2} \right)^{x^2}$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = \frac{3}{1 - e^x}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito  $\int (x^2 - \sqrt{2x} - \sqrt[4]{x}) dx$ .
- 7) (7 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 2 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  
 $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  e  $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C} \cdot \mathbb{B}^T$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione:  
$$f(x, y, z, w) = x + \frac{y}{w^3 - 2z}$$
.

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

# Università degli Studi di Siena

## Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

Compito G2<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta  $q \Rightarrow ((q \circ p) \Leftrightarrow p)$ .
- 2) (7 punti) Sia dato l'insieme  $A = ]-\pi^2, \pi^2[ \cup ]2, 16[$ . Determinare  $D(A)$  l'insieme dei punti di accumulazione di  $A$ ,  $\overset{\circ}{A}$  l'insieme dei punti interni di  $A$ , ed indicare se  $A$  è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = 2 + x^2$  e  $g(x) = 1 - k\sqrt{x}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Determinare l'espressione della funzione composta  $f(g(x))$  e determinare il valore del parametro  $k$  tale per cui  $\lim_{x \rightarrow 4} f(g(x)) = 2$ .
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 - x^3)}{5x^2}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x + 6x^2}{12x + 5x^2} \right)^{-x}$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = \frac{2}{e^{-x} - 1}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito  $\int (x^3 - \sqrt{2x} + \sqrt[6]{x}) dx$ .
- 7) (7 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  e  $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C}^T \cdot \mathbb{B}$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione:  
$$f(x, y, z, w) = x^3 - \frac{w}{2z - y^3}$$
.

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

## Compito G3<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta  $((q \circ p) \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$ .
- 2) (7 punti) Sia dato l'insieme  $A = [-e^2, e^2] \cup ]0, 10[$ . Determinare  $\delta(A)$  l'insieme dei punti di frontiera di  $A$ ,  $\overset{\circ}{A}$  l'insieme dei punti interni di  $A$ , ed indicare se  $A$  è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = 1 + x^2$  e  $g(x) = \sqrt{4x - k}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Determinare l'espressione della funzione composta  $g(f(x))$  e determinare il valore del parametro  $k$  tale per cui  $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x)) = 1$ .
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(1 - \cos x)}{3x^2}$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x + 4x^2}{2x + 3x^2} \right)^{-x^3}$ .
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = \frac{1}{e^{-3x} - 1}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito  $\int (x^3 + \sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x}) dx$ .
- 7) (7 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  e  $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A} \cdot \mathbb{C}^T \cdot \mathbb{B}$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione:  
$$f(x, y, z, w) = w - 5x^2 + \frac{y}{z - y}.$$

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

# Università degli Studi di Siena

## Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 gennaio 2026

### Compito G4<sup>✓</sup>

- 1) (6 punti) Siano  $p$  e  $q$  due proposizioni semplici, costruire la tavola di verità della proposizione composta  $((q \wedge p) \Rightarrow p) \Leftrightarrow q$ .
- 2) (7 punti) Sia dato l'insieme  $A = [-e^2, e^2] \cap [0, 10]$ . Determinare  $\delta(A)$  l'insieme dei punti di frontiera di  $A$ ,  $\overset{\circ}{A}$  l'insieme dei punti interni di  $A$ , ed indicare se  $A$  è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso.
- 3) (6 punti) Siano date le funzioni  $f(x) = 3 + x^2$  e  $g(x) = 1 - k\sqrt{x}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Determinare l'espressione della funzione composta  $f(g(x))$  e determinare il valore del parametro  $k$  tale per cui  $\lim_{x \rightarrow 9} f(g(x)) = 3$ .
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{4x^4}$ ;  
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x + x^2}{10x + 3x^2} \right)^{-x^2}.$$
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione  $y = \frac{1}{1 - e^{4x}}$ .
- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale indefinito  $\int (x^2 + \sqrt{x} - \sqrt[4]{3x}) dx$ .
- 7) (7 punti) Siano date le matrici:  $\mathbb{A} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  e  $\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ . Calcolare il prodotto matriciale  $\mathbb{A}^T \cdot \mathbb{C} \cdot \mathbb{B}$ . (Con  $X^T$  si indica la matrice trasposta di  $X$ )
- 8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione:  
$$f(x, y, z, w) = (w - 3x) \cdot (z - y^3).$$

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.