# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

2 febbraio 2026

Compito $\mathbb{F}1^{\checkmark}$

1) (6 punti) Sia dato l'insieme $C = [-2\pi, 2\pi] \cap [-2, 10]$. Indicare se l'insieme $C$ è aperto, chiuso o né aperto, né chiuso; e determinare:
   $i.$ $MA(C)$, l'insieme dei maggioranti dell'insieme $C$;
   $ii.$ $Sup(C)$, l'estremo superiore dell'insieme $C$.
2) (6 punti) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt[4]{x^4 - x^2}$.
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = sen(kx) + tg(3x)$, con $k$ parametro reale diverso da 0; se $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2}$, quale è il valore del parametro $k$?
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{arctg(x^3 - 3x^2)}{x^2}$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{3 - 4e^x}{5 + 3e^x}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = \frac{e^x}{1 + x}$.
6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{3} \left( \sqrt[3]{2x} - e^x \right) dx$.
7) (7 punti) Verificare che alla funzione $f(x) = 2x + 4^x$ è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[1, 2]$ e determinare l'unico valore $x_0$ che soddisfa il Teorema.
8) (8 punti) Sia data la funzione $z(x, y, w) = x^3 y - y^2 e^w$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $P(1, 1, 0)$.

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

2 febbraio 2026

Compito $\mathbb{F}2$✓

1) (6 punti) Sia dato l'insieme $C = ]-3\pi, 3\pi[ \cup ]-20, 1[$. Indicare se l'insieme $C$ è aperto, chiuso o né aperto, né chiuso; e determinare:
   $i.$ $MI(C)$, l'insieme dei minoranti dell'insieme $C$;
   $ii.$ $Sup(C)$, l'estremo superiore dell'insieme $C$.
2) (6 punti) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - x^3}$.
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = tg(kx) - log(1+2x)$, con $k$ parametro reale diverso da 0; se $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{5}$, quale è il valore del parametro $k$?
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{arcsen\left(x^4 + x^2\right)}{5x^2}$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{4 - 3e^{-x}}{5 + 2e^{x}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = \frac{e^{-x}}{1+x}$.
6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_{-2}^{1} \left(\sqrt[5]{x} + e^{2x}\right) dx$.
7) (7 punti) Verificare che alla funzione $f(x) = 4x - 2^x$ è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[1, 3]$ e determinare l'unico valore $x_0$ che soddisfa il Teorema.
8) (8 punti) Sia data la funzione $z(x, y, w) = 3x^2y + x\,log\,w$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $P(1, 0, 1)$.

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

2 febbraio 2026

Compito $\mathbb{F}3$✓

1) (6 punti) Sia dato l'insieme $C = [-2e, 2e] \cup ]0, 15[$. Indicare se l'insieme $C$ è aperto, chiuso o né aperto, né chiuso; e determinare:
   $i.$ $MA(C)$, l'insieme dei maggioranti dell'insieme $C$;
   $ii.$ $Inf(C)$, l'estremo inferiore dell'insieme $C$.
2) (6 punti) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt[6]{4x^3 - x^2}$.
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = tg(kx) - sen(2x)$, con $k$ parametro reale diverso da 0; se $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{3}$, quale è il valore del parametro $k$?
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0} \frac{arcsen(3x^3 - x^2)}{x^2}$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{4e^{-x}}{5 - 3e^{-x}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = \frac{e^{-x}}{4 - x}$.
6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{1} \left(\sqrt[3]{x} - e^{3x}\right) dx$.
7) (7 punti) Verificare che alla funzione $f(x) = 3x + 3^x$ è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[1, 3]$ e determinare l'unico valore $x_0$ che soddisfa il Teorema.
8) (8 punti) Sia data la funzione $z(x, y, w) = x^2yw + y^3w$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $P(0, 1, 2)$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.

# Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

2 febbraio 2026

Compito $\mathbb{F}4$✓

1) (6 punti) Sia dato l'insieme $C = ]-3e, 3[ \cap [-1, 3e]$. Indicare se l'insieme $C$ è aperto, chiuso o né aperto, né chiuso; e determinare:
   $i.$ $MI(C)$, l'insieme dei minoranti dell'insieme $C$;
   $ii.$ $Inf(C)$, l'estremo inferiore dell'insieme $C$.
2) (6 punti) Determinare il campo d'esistenza della funzione $f(x) = \sqrt[6]{x^4 - 9x^2}$.
3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = log(1 + kx) + tg(-2x)$, con $k$ parametro reale diverso da 0; se $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 3$, quale è il valore del parametro $k$?
4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen\left(x^4 + x^2\right)}{tg(x^2)}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1 - e^{-x}}{5 + 2e^{-x}}$.
5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = \frac{e^x}{2 - x}$.
6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{2} \left(\sqrt[3]{3x} + e^x\right) dx$.
7) (7 punti) Verificare che alla funzione $f(x) = x - 5^x$ è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[1, 2]$ e determinare l'unico valore $x_0$ che soddisfa il Teorema.
8) (8 punti) Sia data la funzione $z(x, y, w) = x\, log\, w - 3xy^2 + 2$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico della funzione nel punto $P(0, 2, 1)$.

---

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.