

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2024-25)

18 marzo 2026

Compito M[✓]

- 1) (6 punti) Siano p , q e r tre proposizioni semplici. Determinare la verità o falsità delle tre proposizioni semplici sapendo che le proposizioni composte $p \Rightarrow \neg q$, e $(p \text{ e } q) \Leftrightarrow \neg r$ sono entrambe false.
- 2) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = x^3$, sapendo che la funzione composta $g(f(x))$ ha espressione $g(f(x)) = x^3 \cdot 2^{x^3}$; determinare l'espressione della funzione $g(x)$, della funzione composta $f(g(x))$ e della ulteriore funzione composta $g(f(g(x)))$.
- 3) (7 punti) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log \sqrt{x-2}$.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(e^{2x^2} - 1)}{x^2}$;
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x-3}$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = x^2 \cdot e^{1+x}$.
- 6) (8 punti) Calcolare $\int_2^3 (x+1)(3-x) dx$.
- 7) (6 punti) Siano date le matrici $\mathbb{M} = \begin{bmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{bmatrix}$ e $\mathbb{N} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$; indicare il valore di k per cui risulta $\mathbb{N} \cdot \mathbb{M} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.
- 8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione $f(x, y, z, w) = \frac{x^3 + y^2}{z} - \frac{w^2}{y^3}$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.