

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

1 settembre 2026

Compito S1✓

- 1) (6 punti) Siano p , q e r tre proposizioni semplici, determinare se la proposizione composta $((p \Rightarrow q) \vee r) \Leftrightarrow ((\neg r \Rightarrow \neg p) \vee q)$ è una tautologia.
- 2) (6 punti) Calcolare il seguente limite e tramite la definizione in forma metrica verificare il risultato trovato: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + 2x^2}{x^2}$.
- 3) (7 punti) Siano date le funzioni $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$ e $g(x) = e^x$. Verificare se la funzione composta $f(g(x))$ risulta invertibile sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$, ed in caso affermativo determinare l'espressione della sua inversa.
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{1 - e^{2x}}$;
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x + \cos x}{x - \cos x} \right)^x$.
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = \frac{x^2}{1 + x^2}$.
- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_0^e \left(\frac{e^{2x} + 1}{e^x} \right) dx$.
- 7) (7 punti) Sia data la funzione di equazione $y = kx^2 + \log(1 + mx)$. Determinare i valori dei parametri k e m sapendo che il polinomio di McLaurin di grado 2 della funzione è $P_2(x) = x + \frac{5}{2}x^2$.
- 8) (8 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^2y + y^2 - 2xy$.

✓ Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.