

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

15 settembre 2026

Compito S2[✓]

- 1) (6 punti) Siano p e q due proposizioni semplici, determinare se la proposizione composta $(q \Rightarrow \neg p)$ o $(q \text{ e } p)$ è una tautologia.
- 2) (6 punti) Determinare il valore del parametro k tale per cui vale
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{kx} - 1}{e^{2x} - 1} = 2.$$
- 3) (7 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - x & \text{se } 0 < x \end{cases}$. Disegnare il suo grafico e determinare l'insieme $f([-1, 1])$ immagine dell'insieme $[-1, 1]$, e l'insieme $f^{-1}([-1, 1])$ controimmagine dell'insieme $[-1, 1]$
- 4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{x^2}$;
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x + 5}{3x - 5} \right)^x.$$
- 5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = x^2 e^{x^2}$.
- 6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_1^3 \left(\frac{2x + 1}{2x} \right) dx$.
- 7) (7 punti) Determinare l'intervallo in cui la funzione di equazione $y = x^2 \cdot \log x$ risulta concava.
- 8) (8 punti) Determinare la natura dell'unico punto critico della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 5y$.

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.