

Università degli Studi di Siena

Prova scritta di Matematica Generale (A.A. 2025-26)

12 ottobre 2026

Compito ①[✓]

1) (6 punti) Siano p , q e r tre proposizioni semplici, determinare la verità o falsità della proposizione composta $(p \Rightarrow q)$ e $(p \Rightarrow r)$ sapendo che la proposizione composta $p \Rightarrow (q \text{ e } r)$ è vera.

2) (8 punti) Siano date le funzioni: $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$, $g(x) = e^x$ e $h(x) = x + 1$. Determinare le espressioni delle funzioni composte $f(g(x))$, $g(f(x))$, $g(h(x))$ e $f(f(g(x)))$.

3) (6 punti) Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 + 1 & \text{se } -2 < x < 1. \\ x + b & \text{se } 1 \leq x \end{cases}$

Calcolare i valori dei parametri a e b che rendono la funzione continua sull'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

4) (8 punti) Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 3^x}{x}$;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log^2 x}{1 + \log^2 x} .$$

5) (10 punti) Determinare l'andamento del grafico della funzione di equazione $y = \frac{1}{x^2} - 2x$.

6) (8 punti) Calcolare l'integrale definito $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x \, dx$.

7) (6 punti) Sia data la funzione di equazione $y = k(1 + x^2) + \log(1 + mx)$. Determinare i valori dei parametri k e m sapendo che la retta tangente al grafico della funzione nel punto $x_0 = 0$ ha equazione $y = x$.

8) (8 punti) Calcolare le derivate parziali della funzione

$$f(x, y, z, w) = x^2 + w^3 - \frac{1}{y + z} .$$

[✓] Il compito è diviso in 8 esercizi che presentano valutazioni diverse, il massimo punteggio raggiungibile è pari a 60; gli studenti che ottengono nella prova una votazione non inferiore a 24 vengono ammessi alla prova orale.