TERZA INTEGRAZIONE AL LIBRO DI TESTO

Statistica - metodologie per le scienze economiche e sociali, 2014, di S. Borra e A. Di Ciaccio, McGraw-Hill Education

TRASFORMAZIONI LINEARI

La covarianza non è invariante rispetto a trasformazioni lineari delle variabili.

Considerate due variabili X e Y di covarianza σ_{xy} si considerino le due variabili trasformate

$$\mathrm{W} = \alpha \mathrm{X} + \beta$$
$$\mathrm{Z} = \alpha' \mathrm{Y} + \beta'$$

La loro covarianza

$$\sigma_{\mathrm{WZ}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(w_i - \bar{w}\right)\left(z_i - \bar{z}\right)\right]$$

tenendo presente che la media di una trasformazione lineare corrisponde alla trasformazione lineare della media, corrisponde a

$$\sigma_{\mathrm{WZ}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\alpha x_i + \beta - \alpha\bar{x} - \beta\right)\left(\alpha' y_i + \beta' - \alpha'\bar{y} - \beta'\right)\right] =$$
$$= \alpha\alpha'\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)\right] = \alpha\alpha'\sigma_{\mathrm{XY}}$$

per cui si conclude che la covarianza risente della scelta della unità di misura.

Il coefficiente di correlazione è invariante rispetto a trasformazioni lineari delle variabili, a parte il segno

Considerate una variabile X di deviazione standard σ_x e una variabile Y di deviazione standard σ_y si indichi con σ_{xy} la loro covarianza e con ρ_{xy} il coefficiente di correlazione lineare.

Date le due variabili trasformate

$$\mathrm{W} = \alpha \mathrm{X} + \beta$$
$$\mathrm{Z} = \alpha' \mathrm{Y} + \beta'$$

il loro coefficiente di correlazione lineare risulta

$$\rho_{\mathrm{WZ}} = \frac{\sigma_{\mathrm{WZ}}}{\sigma_{\mathrm{W}}\sigma_{\mathrm{Z}}} = \frac{\alpha\alpha'\sigma_{\mathrm{XY}}}{|\alpha|\sigma_{\mathrm{X}}|\alpha'|\sigma_{\mathrm{Y}}} = \frac{\alpha\alpha'}{|\alpha||\alpha'|}\rho_{\mathrm{XY}}$$

Da quanto appena ottenuto risulta che, invece, il coefficiente di determinazione lineare risulta invariante rispetto a trasformazioni lineari delle due variabili.